***Bài toán biến đổi xâu***

**1. *Phát biểu bài toán*:** Cho xâu ký tự X, xét 3 phép biến đổi:

* *Insert(i,C):* i là số, C là ký tự: Phép Insert chèn ký tự C vào sau vị trí i của xâu X
* *Replace(i,C):* i là số, C là ký tự: Phép Replace thay ký tự tại vị trí i của xâu X bởi ký tự C.
* *Delete(i):* i là số, phép Delete xóa ký tự tại vị trí i của xâu.

*Yêu cầu:* Cho trước xâu Y, hãy tìm một số ít nhất các phép biến đổi trên để biến xâu X thành xâu Y.

***2. Cách giải:***

Đối với xâu ký tự thì việc xóa, chèn sẽ làm cho các phần tử phía sau bị biến đổi bị đánh lại chỉ số, gây khó khăn cho việc quản lý vị trí. Để khắc phục điều này, ta sẽ tìm một thứ tự biến đổi thỏa mãn: Phép biến đổi tại vị trí i bắt buộc phải được thực hiện sau các phép biến đổi tại vị trí i+1, i+2,….

Ví dụ: X = ‘ABCD’;

Insert(0,E) sau đó Delete(4) cho ra X = ‘EABD’. Cách này không tuân thủ nguyên tắc.

Delete(3) sau đó Insert(0,E) cho ra X =’EABD’. Cách này tuân thủ nguyên tắc đề ra.

Nói tóm lại ta sẽ tìm một dãy biến đổi có vị trí thực hiện giảm dần.

***3. Phân tích***

* ***Input***: 2 xâu X,Y
* ***Output***: m nhỏ nhất số phép biến đổi xâu X thành xâu Y
* ***Hàm tối ưu*** :F[i,j] : số phép biến đổi tối thiểu để biến xâu gồm I ký tự đầu của xâu X (X[1…i]) thành xâu gồm j ký tự đầu của xây Y (Y[1…j]).

Giả sử m là độ dài xâu X và n là độ dài xâu Y. Gọi F[i,j] là số phép biến đổi tối thiểu để biến xâu gồm i ký tự đầu của xâu X: X[1…i] thành xâu gồm j ký tự đầu của xâu Y: Y[1…j].

* Nếu X[m] = Y[n] thì ta chỉ cần biến đoạn X[1…m-1] thành Y[1…n-1]. Tức là trong trường hợp này : F[m,n] = F[m-1,n-1].
* Nếu X[m] khác Y[n] thì tại vị trí X[m] ta có thể sử dụng 1 trong 3 phép biến đổi:
* Hoặc chèn sau vị trí của X, một ký tự đúng bằng Y[n], khi đó F[m,n] sẽ bằng 1 phép chèn vừa rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X[1…m] thành dãy Y[1…n-1]:

F[m,n] = 1+ F[m,n-1]

* Hoặc thay vị trí m của X bằng một ký tự đúng bằng Y[n].Khi đó F[m,n] sẽ bằng 1 phép thay thế vừa rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X[1…m-1] thành dãy Y[1..n-1]:

F[m,n] = 1 + F[m-1,n-1].

* Hoặc xóa vị trí thứ m của X,khi đó F[m,n] sẽ bằng 1 phép xóa vừa rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X[1….m-1] thành dãy Y[1…n]:

F[m,n] = 1 + F[m-1,n].

Vì F[m,n] phải là nhỏ nhất có thể, nên trong trường hợp X[m] khác Y[n] thì:

F[m,n] = min(F[m,n-1],F[m-1,n-1],F[m-1,n]) + 1,

* ***Cơ sở quy hoạch động:***
* F[0,j] là số phép biến đổi xâu rỗng thành xâu gồm j ký tự đầu của Y. Nó cần tối thiểu j phép chèn:

  F[0,j] = j.

* F[i,0] là số phép biến đổi xâu gồm i ký tự đầu của S thành xâu rỗng, nó cần tối thiểu i phép xóa:

F[i,0] = i;

Vậy đầu tiên của bảng phương án F ( cỡ [0….m,0…n]) được khởi tạo hàng 0 và cột 0 là cơ sở quy hoạch động,từ đó dùng công thức truy hồi tính ra tất cả các phần tử bảng F.

Sau khi tính xong thì F[m,n] cho ta biết số phép biến đổi tối thiểu.

* ***Truy vết***

Bắt đầu từ ô F[m,n]

* Nếu X[m] = Y[n] thì ta chỉ việc xét tiếp F[m-1,n-1].
* Nếu không, xét 3 trường hợp:
* Nếu F[m,n] = F[m,n-1] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên là Insert(m,Y[n])
* Nếu F[m,n] = F[m-1,n-1] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là: Replace(m,Y[n]).
* Nếu F[m,n] = F[m-1,n]+1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là: Delete(m).

Đưa về bài toán với m,n nhỏ hơn truy vết cho tới khi về F[0,0]

**Lược đồ:**

BienDoiXau()

{

*/\*cơ sở quy hoạch động\*/*

for(i=0…m)

F[i][0]=i;

for(i=0…n)

F[0][i]=i;

*/\*Xây dựng bảng phương án\*/*

for(i=1…m)

{

for(j=1…n)

{

if(X[i-1]==Y[j-1])

F[i][j]=F[i-1][j-1];

else

F[i][j]=min(F[i-1][j],F[i][j-1],F[i-1][j-1])+1;

}

}

}

*/\*Tổng số phép biến đổi xâu tối thiểu\*/*

Printf(F[m][n])